COMPLÉMENTS DE PHYSIQUE

Petits accroissements d'une quantité

Introduction :

Lorsqu'elle existe, la dérivée d'une fonction f(x) d'une variable x est définie ainsi :

$$\frac{df}{dx}=f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Physiquement, la notation $\frac{df}{dx}$ signifie « un petit accroissement de f » divisé par « un petit accroissement de x ».

Expression d'un petit accroissement :

Pour des petits accroissements, on peut donc écrire $df=f(x+h)-f(x)=hf'(x)=f'(x)dx$. Cette expression est d'autant mieux vérifiée que h est faible, on peut dire qu'elle est « exacte à la limite où h tend vers zéro ».

Vérification sur un cas simple :

Soit $f(x) = x^2$. Au voisinage de x=1.0, si h=0.1, on a :

- De façon exacte $f(x+h)-f(x) = (x+h)^2 - x^2 = 2xh + h^2 = 0.21 \approx 0.20$
- De façon approchée, en utilisant les expressions ci-dessus, df = dxf'(x) = 0.1 X 2 = 0.20

Fonctions trigonométriques :

- Si f(x) = cos(x), df = -sin(x)dx
- Si f(x) = sin(x), df = +cos(x)dx

Produit de deux fonctions :

Si f(x) = g(x)k(x), on rappelle que f'(x) = g'(x)k(x) + g(x)k'(x).

On a par conséquent df = g'(x)k(x) + g(x)k'(x) = k(x)dg + g(x)dk

