

DM N° 7

Electromagnétisme

Restitution le mercredi 26 mai 2010

Rappel : vous pouvez demander par mail ou téléphone à votre professeur en cas de difficulté.

Premier problème

Étude du champ électrique créé par un anneau

On repère l'espace par un repère cartésien Oxyz. Un fil en forme d'anneau circulaire de rayon R et de centre O est situé dans le plan Oxy. Il porte une charge linéique uniforme λ .

1. Symétries

1. Quels sont les éléments de symétrie de cette distribution de charge ?
2. Que peut-on dire du champ électrique le long de l'axe Oz ?
3. Que peut-on dire du champ électrique le long de l'axe Ox ?

2. Champ selon Oz

1. En un point de position z , chaque point de l'anneau est sous un angle α . Déterminer α en fonction de z et R .
2. Un morceau élémentaire d'anneau de longueur dl crée un champ élémentaire $d\mathbf{E}$. Déterminer $||d\mathbf{E}||$.
3. En déduire l'amplitude $E(z)$ du champ électrique total.
4. Que peut-on constater si $z \gg R$?
5. Quelle est la valeur de E en $z=0$? Est-ce compatible avec les symétries du système ?
6. Tracer $E(z)$.
7. Déterminer l'endroit pour lequel E est maximal : expression littérale puis A.N avec un anneau de rayon 10^{-9}m et de charge $1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

3. Champ selon Ox. *Attention, pour ne pas alourdir la notation, non note toujours E ce champ et on note $E(x)$ son amplitude.*
1. Que peut-on dire de $E(x)$ si $x \gg R$?
 2. Que peut-on dire de $E(x)$ si $x=0$?
 3. Que peut-on dire de $E(x)$ si x est voisin de R ?
 4. Sans effectuer d'autre calcul, tracer le graphe de $E(x)$.
4. Tracer les lignes de champ du champ électrique en coupe dans le plan Oxz.
5. Tracer les lignes de champ du champ électrique en coupe dans le plan Oxy.

Second problème

Étude du potentiel électrostatique d'une sphère uniformément chargée en surface

On considère une sphère de rayon R et centre O , portant une charge surfacique uniforme σ . On se repérera avec des coordonnées sphériques (r, θ, φ) .

1. On s'intéresse au potentiel dV créé en un point de cote z de l'axe des coordonnées par les points de la sphère de colatitude située entre θ et $\theta+d\theta$ (« couronne élémentaire »).
 1. Quelle est la surface élémentaire dS de la couronne ? Sa charge élémentaire dq ?
 2. Quelle est la distance entre chaque point de la couronne et le point de cote z ?
 3. En déduire dV
2. On s'intéresse maintenant au potentiel V créé par l'ensemble de la sphère au point de cote z .
 1. Ecrire V sous forme d'une intégrale
 2. Que peut-on dire de V si $z \gg R$?
 3. Déterminer $V(z)$. *Suggestion : faire le changement de variable $u = \cos(\theta)$.*
 4. Que peut-on dire de V si $0 < z < R$?
 5. Que peut-on dire de V si $z > R$?
3. Champ électrique
 1. Déterminer l'expression du champ électrique en tout point extérieur à la sphère, commenter le résultat.
 2. Déterminer le champ électrique en tout point intérieur à la sphère, commenter le résultat.
 3. Le champ électrique est discontinu en $z=R$. relier la valeur de la discontinuité à la charge surfacique. Dans quelle situation, étudiée en cours, a-t-on déjà rencontré cette relation ?
4. Capacité
 1. Par définition, la capacité C de la sphère est le rapport entre la charge totale qu'elle porte et son potentiel. Déterminer l'expression littérale de C .
 2. A.N. pour une sphère de rayon 10 cm, comparer aux valeurs usuellement employées en TP.