TRAVAUX DIRIGÉS DE PHYSIQUE

Vendredi 28 Mai 2010

Exercice N°1

Énergie potentielle d'une chaine d'ions

1. 0n considère une charge q fixe située au niveau du point O. Une charge q' se déplace dans le champ **E** de q. Donner en coordonnées polaires l'expression de **E**.
2. Lorsque q' subit un déplacement $(dr, d\theta)$, donner l'expression du travail élémentaire δw de **E** correspondant.
3. Montrer de façon directe que l'on peut écrire $\delta w = -q' dV$, donner l'expression du potentiel électrostatique V.
4. On modélise un cristal par une alternance d'anions de charge -q et de cations de charge q disposés de façon équidistante sur l'axe Ox : en x=0 il y a un anion, en $x = \pm a$ des cations, en $x = \pm 2a$ des anions, etc...
   1. Déterminer l'énergie potentielle de l'anion situé à l'origine dans le champ extérieur des autres charges. On donne : $\ln(1+x) = \sum_{p=1}^{p=\infty} (-1)^p \frac{x^p}{p}$.
   2. Déterminer l'énergie potentielle par ion, puis par unité de longueur.
   3. Le résultat est-il homogène ? Pouvait-on en prévoir l'ordre de grandeur ?
   4. A.N. évaluer l'énergie (en KJ par mol) d'un cristal 1D pour lequel $a = 1.2\, 10^{-10} m\, ; q = 1.6\, 10^{-19} C$.

Exercice N°2

Écrantage – équation de Poisson

1. On considère, en coordonnées sphériques, une distribution de charge à symétrie sphérique centrée sur l'origine O : $\rho = \rho(r)$.
   1. Montrer que $\boldsymbol{E} = E(r)\boldsymbol{e}_r ; V = V(r)$.
   2. À l'aide du théorème de Gauss appliqué à une croûte sphérique (deux surfaces sphériques concentriques) comprise entre les rayons r et r + dr, montrer que $\frac{dE}{dr} + 2\frac{E}{r} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.
   3. Montrer que $\frac{1}{r}\frac{d^2(rV)}{dr^2} = \frac{-\rho}{\epsilon_0}$

2. On étudie une solution aqueuse contenant en moyenne n_0 anions de charge -q et cations de charge q par unité de volume. On suppose qu'un anion est fixé en O. L'utilisation de la statistique de Boltzmann permet de montre que l'on a $\rho \approx \frac{-n_0 q^2}{k_B T} V$.
   1. Quelle équation différentielle régit V(r) ?
   2. On introduit $\Lambda = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{n_0 q^2}}$. Montrer que $V(r) = \frac{-q}{4\pi \epsilon_0 r} \exp(\frac{-r}{\Lambda})$
   3. Évaluer la « longueur d'écrantage » $\Lambda = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{n_0 q^2}}$ dans une solution de chlorure de sodium à 1 mol par litre, commenter.

Exercice N°3

*Calcul de **E** créé par une croûte sphérique*

On considère une sphère uniformément chargée en surface (charge σ) et de rayon R centrée en O.

1. En se plaçant en coordonnées sphériques, exprimer le potentiel élémentaire dV créé sur l'axe des coordonnées au point M tel que OM=z par une couronne de colatitude θ et de largeur angulaire $d\theta$.
2. Par intégration, en déduire V(z) et commenter.

Exercice N°4

Potentiel électrostatique d'une boule uniformément chargée

On considère, en coordonnées sphériques, une boule de rayon R portant une charge totale Q uniformément répartie en volume.

1. En appliquant le théorème de Gauss, montrer que le champ électrique extérieur à la boule est identique à celui d'une charge ponctuelle.
2. Déterminer le champ électrique dans la zone intérieure à la boule.
3. Déterminer le potentiel électrostatique V(r) dans la zone extérieure à la boule.

4. Déterminer le potentiel électrostatique V(r) dans la zone intérieure à la boule. Pourquoi V est-il continu en r=R ?
5. Dans le modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène, l'électron de masse m et charge -e se meut au sein d'un proton de charge +e et de rayon R. Déterminer la pulsation d'oscillation ainsi que la longueur d'onde lumineuse associée. On donne $m=9.1\,10^{-31}\,kg\,;e=1.6\,10^{-19}\,C\,;R=5.3\,10^{-11}\,m\,;c=3\,10^{8}\,m.s^{-1}$.

Exercice N°5

Condensateur et énergie potentielle

On repère l'espace par un système de coordonnées cartésiennes Oxyz. Un condensateur est constitué d'une surface plane d'aire S située en z=+a/2 portant la charge surfacique σ et 'dune surface plane identique à la première située en z=-a/2 et portant la charge surfacique $-\sigma$.

1. On assimile les surfaces à des plans infinis. Déterminer le champ électrique entre ces surfaces, puis à l'extérieur.
2. En convenant que V(z=0)=0; donner le potentiel électrostatique V(z).
3. Quelle est la relation entre la charge Q portée par l'armature située en z=+a/2 et la différence de potentiel U entre les armatures ?
4. Quel est le travail δw nécessaire pour déplacer une charge δq de z=0 à z=+a/2 et une charge δq de z=0 à z=-a/2 ? Une fois les charges transférées aux armatures, montrer que $\delta w=U\,\delta Q$.
5. Montrer que l'énergie nécessaire pour charger le condensateur est $\frac{1}{2}QU$.