

TRAVAUX DIRIGÉS DE PHYSIQUE*Vendredi 11 Juin***Exercice N°1***Mouvement dans un champ magnétique*

On repère l'espace par un système cartésien (O,x,y,z). On considère une particule (point matériel M) de masse m et charge q astreinte à se mouvoir dans le plan Oxy. Elle est soumise à la force de Lorentz créée par un champ magnétique uniforme statique $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$.

1. Donner l'expression de la force de Lorentz en fonction de \mathbf{B}_0 et de la vitesse \mathbf{v} de M.
2. En déduire un système de deux équations différentielles couplées portant sur les composantes de la vitesse.
3. Résoudre ce système dans le cas où, en $t=0$, $\mathbf{v} = v_0 \mathbf{e}_y$. On notera $\omega_0 = \frac{qB_0}{m}$.
4. L'énergie cinétique E_c est-elle constante ? Pourquoi la force de Lorentz est-elle conservative ?
5. Montrer que la trajectoire de M est un cercle de rayon R à expliciter en fonction de m et E_c – on ne demande pas de déterminer explicitement $x(t)$ ni $y(t)$.
6. A.N. avec un électron d'énergie 1 keV dans un champ magnétique de 0.2 T. Déterminer la pulsation et le rayon de la trajectoire.
7. Donner le principe d'un dispositif pouvant séparer dans des zones différentes de l'espace des particules de masse différente.

Exercice N°2

On reprend la situation de l'exercice N°1 mais maintenant, un champ électrique uniforme, variable dans le temps, est appliqué : $\mathbf{E} = E_0 \cos \omega t \mathbf{e}_y$.

1. Quelle système d'équations différentielles régit les composantes de la vitesse ?
2. Le résoudre avec les mêmes conditions initiales que dans le premier exercice.
3. L'énergie cinétique est-elle constante ? Sinon, d'où vient celle qui est apportée ou retirée à M ?
4. Que peut-on dire de la trajectoire dans le cas où $\omega \neq \omega_0$? Dans le cas où $\omega = \omega_0$?
5. A.N. déterminer ω_0 pour un électron, et pour un proton, dans un champ de 0.2 T.

Commenter.

6. Quelle pourrait être l'utilité pratique d'un tel phénomène ?

Exercice N° 3

On repère l'espace avec un système de coordonnées cylindriques (z, r, θ) . Dans le plan $\theta=0$ est disposée une plaque chargée en surface avec la charge surfacique σ_1 (pas forcément uniforme). Cette plaque a une extension fixée par les limites $0 < z < h; r_0 < r < r_1$. Dans le plan $\theta=\theta_0$ est disposée une seconde plaque chargée en surface avec la charge surfacique σ_2 (pas forcément uniforme). Cette plaque identique à la précédente a la même extension, fixée par les limites $0 < z < h; r_0 < r < r_1$.

On suppose que entre les plaques ($0 < \theta < \theta_0$) le champ électrique est $\mathbf{E} = E(r) \mathbf{e}_\theta$.

1. Quelle est la géométrie des lignes de champ ? Pourquoi peut on affirmer que « on néglige les effets de bord » ?
2. Montrer sans calcul que chacune des plaques est une équipotentielle.
3. Déterminer $V(\theta); E(r)$. On notera $V_1 = V(0); V_2 = V(\theta_0)$.
4. On peut montrer que sur chaque plaque, la charge surfacique est telle que $|\sigma| = \|\epsilon_0 \mathbf{E}\|$. déterminer $\sigma_1; \sigma_2$
5. L'ensemble constitue un condensateur, déterminer sa capacité C.
6. A.N. avec $h = 10\text{cm}, r_1 = 1\text{cm}; r_2 = 8\text{cm}; \theta_0 = 10^\circ$.
7. Vérifier le résultat en prenant la limite $\frac{r_1 - r_2}{r_1} \ll 1$.

Exercice N°4

On repère l'espace avec des coordonnées cartésiennes (O,x,y,z). Le plan Oxy est occupé par une plaque conductrice infinie. Une charge ponctuelle q est présente en A (0,0,h) où h est positif. Cette charge crée des modifications de la charge surfacique portée par la plaque, qui devient non-nulle.

1. On peut montrer que le champ électrique total, dans la zone $z > 0$, est équivalent à la superposition de celui créé par q seule, et par une charge $-q$ située en B (0,0,-h).
 1. Dans le plan $z > 0$, tracer les iso-V puis les lignes de champ.
 2. Quelle géométrie, et quelle distribution de charge correspondante, bien connue, retrouve-t-on ?
 3. Quel est le potentiel de la plaque ?

2. On peut montrer que la charge surfacique portée par la plaque est telle que $|\sigma| = \|\epsilon_0 \mathbf{E}\|$.
1. On rappelle que sur une ligne de champ, le champ électrique pointe des charges positives vers les charges négatives. Quel est le signe de $\sigma(x, y)$?
 2. Déterminer $\sigma(x, y)$, il est conseillé d'employer des coordonnées polaires où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.
 3. A.N. déterminer $\sigma(0,0)$ pour un électron approché à $10^{-6} m$ d'un conducteur. À combien d'électrons par micromètre carré cela correspond-il ?
 4. Montrer que $\int_{r=0}^{r=\infty} 2\pi r \sigma dr = -q$. Commenter le résultat.