

## TRAVAUX DIRIGÉS DE PHYSIQUE

*Vendredi 18 Juin*

### Exercice N°1

*Résistance d'un cylindre*

On repère l'espace avec des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Un matériau de conductivité  $\gamma$  uniforme remplit l'espace dans la zone cylindrique délimitée par  $R_0 < r < R_1$  et  $0 < z < H$ . Un mince dépôt métallique (« armature ») en  $r = R_0$  permet de porter le potentiel de cette partie de conducteur à la valeur  $V_0$ , tandis qu'un autre dépôt en  $r = R_1$  permet de porter cette armature au potentiel  $V_1$ . On néglige tout effet de bord.

1. Inventorier les symétries du système.
2. Montrer que dans le conducteur,  $\mathbf{E} = E(r) \mathbf{e}_r$ . En déduire  $V$ .
3. Quel est le courant  $I$  passant de l'armature intérieure à l'armature extérieure ?
4. En déduire la résistance de l'ensemble.
5. Vérifier le résultat en examinant son homogénéité. Montrer que dans la limite où  $R_0 \rightarrow R_1$ , on retrouve le résultat du cours.

### Exercice N°2

*Lien résistance-condensateur*

On conserve la géométrie de l'exercice précédent, mais en supposant absent le matériau conducteur. On note  $\sigma_1; \sigma_2$  les charges sur les armatures intérieure et extérieure. On peut montrer que sur une armature,  $|\sigma| = \epsilon_0 \|\mathbf{E}\|$ .

1. Déterminer les charges  $Q_1; Q_2$  portées par les armatures.
2. En déduire la capacité  $C$  du condensateur.
3. Montrer qu'à la limite  $R_0 \rightarrow R_1$ , on retrouve un résultat de type « capacité à faces planes parallèles ».
4. Le produit  $RC$  dépend-il de la géométrie du système ? Est-ce particulier à la situation étudiée ?

**Exercice N°3**

Modèle de conductivité dans un électrolyte (frottement fluide)

On considère un électrolyte constitué de  $n_0$  anions de charge  $-q$  et  $n_0$  cations de charge  $q$  par unité de volume. Outre les forces dues aux choc responsables de l'agitation thermique, chaque ion subit la force due au champ électrique appliqué  $\pm q \mathbf{E}$ , ainsi qu'une force de frottement fluide dont l'expression est  $-\alpha \mathbf{v}$  si  $\mathbf{v}$  désigne la vitesse de l'ion.

Pour simplifier, on supposera que  $\alpha$  est le même pour les anions et les cations, et que si l'on raisonne sur la vitesse moyenne (moyenne statistique sur un grand nombre de particules), dorénavant notée  $\mathbf{v}$  on peut négliger tout ce qui a trait à l'agitation thermique.

1. À partir de la date  $t=0$ , on applique un champ électrique  $\mathbf{E}$  uniforme à l'électrolyte. Quelle équation différentielle régit le mouvement d'un cation ? D'un anion ?
2. En déduire une équation différentielle portant sur la densité de courant  $\mathbf{j}$  et la résoudre.
3. Montrer que, en régime permanent, on a bien  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$  et préciser  $\gamma$ .
4. En supposant maintenant que  $\mathbf{E}$  soit uniforme mais sinusoïdal, déterminer, en notation complexe, la nouvelle relation entre  $\mathbf{j}; \mathbf{E}$ .
5. Quelle observation faudrait-il réaliser pour déterminer  $\alpha$  ?

**Exercice N°4**

*Magnéto-résistance*

On reprend, à nouveau, la situation de l'exercice N°1. On suppose qu'un champ magnétique statique uniforme  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$  est présent.

On décrit le matériau par le modèle collisionnel de Drude, pour lequel  $\gamma = \frac{n_0 e^2 \tau}{2m}$ .

1. Quelle est la signification physique des paramètres  $n_0; e; \tau; m$  ?
2. Montrer que la vitesse moyenne d'un porteur de charge est  $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{j}}{n_0 e}$
3. En présence d'un champ magnétique, la force subie par une charge mobile est  $\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$ . Justifier qu'alors,  $\mathbf{j}$  soit régi par l'équation  $\mathbf{j} = \gamma (\mathbf{E} + \frac{\mathbf{j}}{n_0 e} \wedge \mathbf{B})$
4. Dans le plan  $(r, \theta)$ , quelles sont les équations reliant les composantes de  $\mathbf{j}; \mathbf{E}$  ? en déduire  $j_r$  en fonction de  $B_0; E$

5. Montrer que la résistance du dispositif est régie par une équation du type  $R = R(B_0=0) f(B_0)$  où  $f(B_0)$  est une fonction de  $B_0; \gamma; n_0; e$  à préciser.